

数 学

科目：数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
2. 問題用紙は表紙を含めて2枚、解答用紙は4枚、下書用紙は1枚です。
試験開始の合図があってから確かめなさい。
3. 解答用紙に受験番号を記入しなさい。ただし、氏名を書いてはいけません。
4. 文字などの印刷に不鮮明なところがあった場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答はすべて解答用紙の指定された範囲に記入しなさい。ただし、「総得点欄」「採点欄」「得点欄」に記入してはいけません。また、裏面を使用してはいけません。
6. 問題用紙の余白及び裏面も、下書きとして利用してかまいません。
7. 配付された問題用紙、下書用紙は持ち帰りなさい。

問題用紙

(数 学)

問題1 箱 A には3つの数 0, 1, 2 がそれぞれ1つずつ書かれた3枚のカードが入っている。同じように箱 B には1, 2, 3 と書かれた3枚のカード, 箱 C には2, 3, 4 と書かれた3枚のカードが入っている。今, それぞれの箱からでたらめに1枚ずつカードを取り出し, 書かれた3つの数の積を N とする。つまり, 箱 A から a , 箱 B から b , 箱 C から c のカードを取り出したとき, $N = a \times b \times c$ とする。下の問いに答えなさい。

- (1) N が偶数になる確率を求めなさい。
- (2) N が3の倍数になる確率を求めなさい。
- (3) N が6の倍数になる確率を求めなさい。
- (4) N が3の倍数であるとき, N が偶数である条件付き確率を求めなさい。

問題2 座標空間内に4点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, -1, 0)$, $B(1, 1, 1)$, $C(-1, -1, 2)$ をとり, 3点 A, B, C を含む平面を α とする。また, O と異なる点 $H(p, q, r)$ を, $OH \perp \alpha$ となるようにとる。ここで p, q, r は実数とする。下の問いに答えなさい。

- (1) p を用いて q と r を表しなさい。ただし, $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OH}$, $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{OH}$ であることを利用してよい。
- (2) $\overrightarrow{OH} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} + u\overrightarrow{OC}$ を満たす実数 s, t, u を, p を用いて表しなさい。
- (3) 前問(2)において, H が α 上にあるとき, p の値および H の座標を求めなさい。ただし, H が α 上にあるとき $s + t + u = 1$ が成り立つことを利用してよい。

問題3 2以上の整数 n に対し, $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2+1} dx$ とおく。下の問いに答えなさい。

- (1) I_2 を求めなさい。
- (2) $x^{n+2} = x^n(x^2+1) - x^n$ を利用することにより, I_{n+2} を, I_n と n を用いて表しなさい。
- (3) I_4, I_6 を求めなさい。
- (4) 前問(3)を用いて, $\frac{8}{3} < \pi < \frac{52}{15}$ であることを示しなさい。

問題4 関数 $f(x) = 4\cos^2 x + 4\sin x - 1$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) を考える。下の問いに答えなさい。

- (1) $f(x) = 0$ となる x の値を求めなさい。
- (2) $f(x)$ の最大値と最小値を求めなさい。また, そのときの x の値を求めなさい。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と3つの直線 $y = 0, x = 0, x = \frac{3}{2}\pi$ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。