

専 門 科 目

数学・応用数学

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
- 2 問題用紙は1ページで、解答用紙は4ページあります。試験開始の合図があつてから確かめなさい。
- 3 監督者の指示に従い、解答用紙の各ページに受験番号を記入しなさい。氏名を書いてはいけません。
- 4 文字などの印刷に不鮮明なところがあった場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 5 解答はすべて指定された解答用紙に記入しなさい。裏面は採点されません。
- 6 問題用紙の余白は下書きとして利用してかまいません。
- 7 試験終了後、配付された問題用紙、下書用紙は持ち帰りなさい。

問題用紙
(数学・応用数学)

問題1 袋の中に赤玉 m 個と白玉 n 個が入っている。この袋からでたらめに1個の玉を取り出す。取り出した玉は元に戻さない。この操作を繰り返し行ったとき、先に赤玉がなくなる確率を $P(m, n)$ とする。下の問いに答えなさい。

- (1) $P(1, 2)$ を求めなさい。
- (2) $P(2, 3)$ を求めなさい。
- (3) 一般の m, n に対して、 $P(m, n)$ を m, n で表しなさい。

問題2 下の問いに答えなさい。

- (1) α を定数, x を未知数とする方程式

$$\alpha x + 3x = 0$$

が $x = 0$ 以外の解を持つような α の値を求めなさい。

- (2) α を定数, x, y を未知数とする連立方程式

$$\begin{cases} \alpha x + y = 0 \\ 2x + (\alpha - 1)y = 0 \end{cases}$$

が $x = y = 0$ 以外の解を持つような全ての α の値を求め、それぞれの α に対する $x = y = 0$ 以外の解 (x, y) を1つずつ求めなさい。

問題3 微分方程式

$$(*) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$$

を考える。下の問いに答えなさい。

- (1) $z = \frac{y}{x}$ とおいて、 $\frac{dy}{dx}$ を $z, \frac{dz}{dx}, x$ で表しなさい。
- (2) 微分方程式 (*) を z と x に関する微分方程式として表しなさい。
- (3) 前問 (2) の微分方程式を解くことによって、微分方程式 (*) を解きなさい。

問題4 xy 平面上で原点 O を中心とする半径 r の円を考える。 $A(r, 0)$ とし、円周上に点 B を $\angle AOB = 30^\circ$ になるようにとる。下の問いに答えなさい。

- (1) 扇形 OAB を x 軸を中心にして1回転させた回転体の体積 $V(r)$ を求めなさい。
- (2) 円弧 AB を x 軸を中心にして1回転させてできる曲面の面積 $S(r)$ を求めなさい。