

専 門 科 目

数学・応用数学

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
- 2 問題用紙は1ページで、解答用紙は4ページあります。試験開始の合図があつてから確かめなさい。
- 3 監督者の指示に従い、解答用紙の各ページに受験番号を記入しなさい。氏名を書いてはいけません。
- 4 文字などの印刷に不鮮明なところがあった場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 5 解答はすべて指定された解答用紙に記入しなさい。裏面は採点されません。
- 6 問題用紙の余白は下書きとして利用してかまいません。
- 7 試験終了後、配付された問題用紙、下書用紙は持ち帰りなさい。

問題用紙
(数学・応用数学)

問題1 2次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ に対し、下の問いに答えなさい。

- (1) A の逆行列 A^{-1} を求めなさい。
- (2) 曲線 $C: 5x^2 + 12xy + 8y^2 - 4 = 0$ の A による像 C' の方程式を求め、 C' の概形を図示しなさい。

問題2 微分方程式

$$(*) \quad y \frac{dy}{dx} + y^2 = e^x$$

について、下の問いに答えなさい。

- (1) $z = y^2$ とおいて、微分方程式(*)を z と x に関する微分方程式として表しなさい。
- (2) 前問(1)の微分方程式を解くことによって、微分方程式(*)を解きなさい。

問題3 関数 $y = \sin x$ のグラフの $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の部分と x 軸と直線 $x = \frac{\pi}{2}$ とで囲まれる図形を S とする。下の問いに答えなさい。

- (1) 図形 S を図示し、面積を求めなさい。
- (2) 図形 S を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を求めなさい。
- (3) 図形 S を y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

問題4 数直線上の動点 Q が次の規則に従って移動している。ただし n は0以上の整数とする。

規則：時刻 n で Q の座標が a のとき、時刻 $n+1$ で Q は $a+1$, $a-1$ のいずれかにそれぞれ確率 $\frac{1}{2}$ で移動する。

時刻0で Q が原点にあるものとしたとき、下の問いに答えなさい。

- (1) 時刻2で Q が原点にある確率を求めなさい。
- (2) 時刻4で Q が原点にある確率を求めなさい。
- (3) 時刻 $2n$ で Q が原点にある確率を n で表しなさい。