平成２８年度　第３学年入学者選抜学力試験問題

専　門　科　目

「電気工学」，「電子工学」及び「情報工学」

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題用紙を開いてはいけません。

2　問題用紙は９ページで，解答用紙は９ページあります。試験開始の合図があってから確かめなさい。

3　監督者の指示に従い，解答用紙の各ページに受験番号を記入しなさい。氏名を書いてはいけません。

4　受験生は問題１～６の６題の中から３題のみを選択し解答しなさい。なお，選択した問題を明らかにするため，解答用紙の当該問題番号を必ず○で囲みなさい。

5　文字などの印刷に不鮮明なところがあった場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

6　解答はすべて解答用紙に記入しなさい。

7　問題用紙の余白及び解答用紙の裏面は下書きとして利用してよい。

8　試験終了後，配付された問題用紙，下書用紙は持ち帰りなさい。

長岡技術科学大学

問 題 用 紙

（　「電気工学」，「電子工学」及び「情報工学」　）

問題１

問１　図 1-1 の電気回路を入力電圧 e_1 [V]，出力電圧 e_3 [V] としてブロック線図で表したところ，図 1-2 となった。図 1-2 の A～D に入る伝達関数を示しなさい。

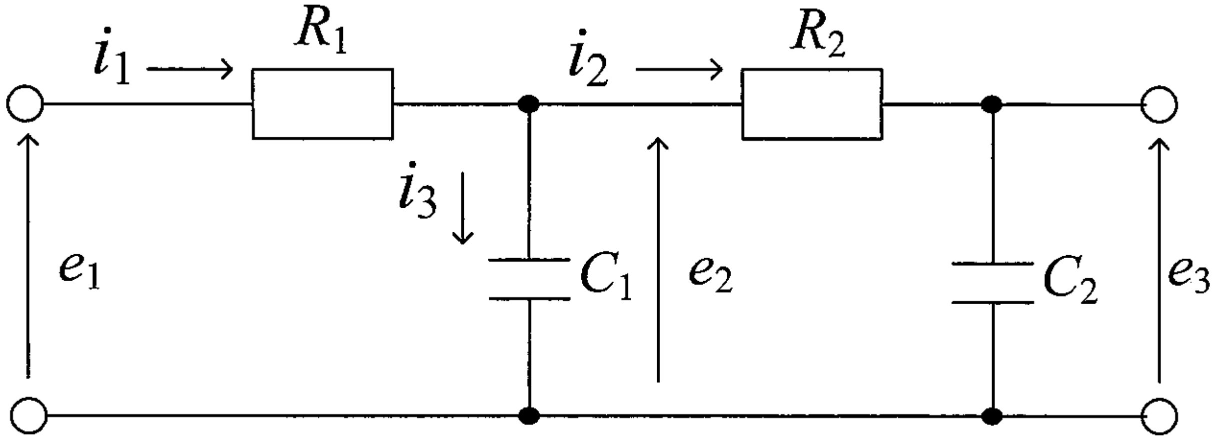


図 1-1

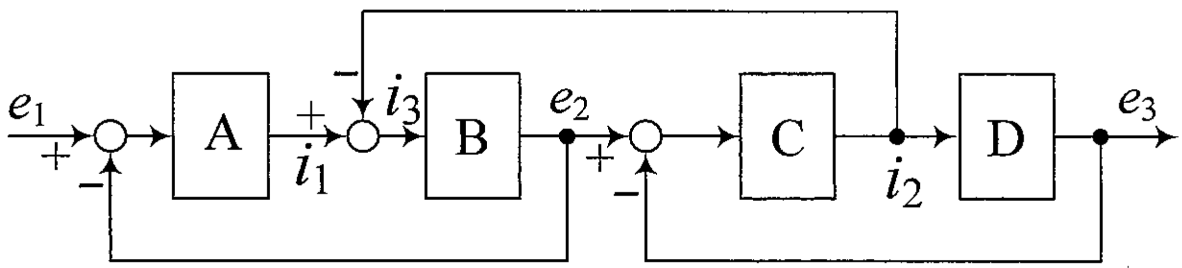


図 1-2

問２　問１で求めたブロック線図から伝達関数および極（伝達関数の分母多項式の根）を求めなさい。

問３　問１の電気回路に直流入力電圧 e_1 [V]をステップ状に印加した。十分時間が経過した後の出力電圧 e_3 [V]を，伝達関数の最終値の定理を用いて求めなさい。ただし，C_1，C_2 の初期電荷は 0 とする。

問 題 用 紙

（ 「電気工学」，「電子工学」及び「情報工学」 ）

問題２　二端子対回路に関する下の問 1～5 に答えなさい。

なお，F パラメータは図 2-1 に示す二端子対回路に対して次式のように与えられる。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad , \quad F = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \qquad (1)$$

なお，必要があれば角周波数 ω および虚数単位 j を利用しなさい。ただし，$j = \sqrt{-1}$ である。

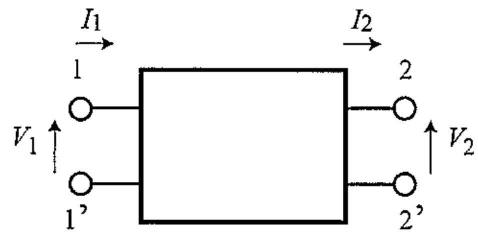


図 2-1

A　図 2-2 に示す二端子対回路について考える。

問1　F パラメータを求めよ。

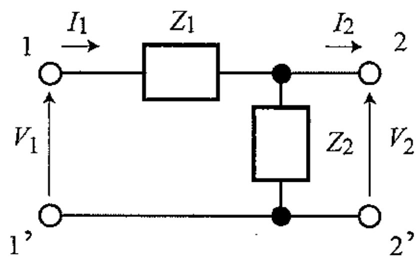


図 2-2

B　図 2-2 に示す回路を 2 つ縦続接続した場合を考える。

問 2　図 2-2 の回路を 2 つ縦続接続した場合の F パラメータを求めよ。

C　図 2-2 の回路を 2 つ縦続接続し，帯域通過フィルタを設計することを考える。

問3　図 2-2 の回路の Z_1 および Z_2 に，コンデンサ C_1 と抵抗 R_1 を用いて高域通過フィルタを設計することとした。このときの回路図を書き，F パラメータを求めなさい。また，出力電圧と入力電圧の比 $|V_2/V_1|$ を求めなさい。

問4　図 2-2 の回路の Z_1 および Z_2 に，コンデンサ C_2 と抵抗 R_2 を用いて低域通過フィルタを設計することとした。このときの回路図を書き，F パラメータを求めなさい。また，出力電圧と入力電圧の比 $|V_2/V_1|$ を求めなさい。

問5　問 3 および問 4 で記述した回路を縦続接続したときの出力電圧と入力電圧の比 $|V_2/V_1|$ を求めなさい。また，$R_1=R_2$ としたとき，平坦な周波数特性を得る帯域通過フィルタを設計するために必要な C_1 と C_2 の関係を説明しなさい。

問　題　用　紙

（　「電気工学」，「電子工学」及び「情報工学」　）

問題 3　電磁気学に関する次の文章（A・B）を読み，下の問い（問 1〜3）に答えよ。ただし，真空の誘電率を ε_0 とする。文章 A と文章 B は，互いに独立した現象を扱っているものとする。

A　図 3-1 のように，真空中の同一平面上に 4 個の点電荷 $+Q$，$-Q$，$+Q$，$-Q$ が固定され，一辺の長さ d の正方形をなしているとする。このとき，$+Q$ の点電荷 2 個を通る直線上において，正方形の中心から $r\ (\geqq 0)$ の距離にある点 M を考える。

問 1　点 M における電界 $\boldsymbol{E}$ の方向を矢印で図示せよ。また，その電界の強さ $E(r)$ を求めよ。

問 2　点 M が電荷から十分に離れている場合（$r \gg d$ である場合），問 1 で求めた $E(r)$ を d^2 に比例する形で示せ。ただし，

$|x| \ll 1$ であるとき，α を実数として $(1+x)^\alpha \cong 1 + \alpha x + \dfrac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2$

という数学公式を用いてよく，d^2 よりも高次の項は無視してよい。

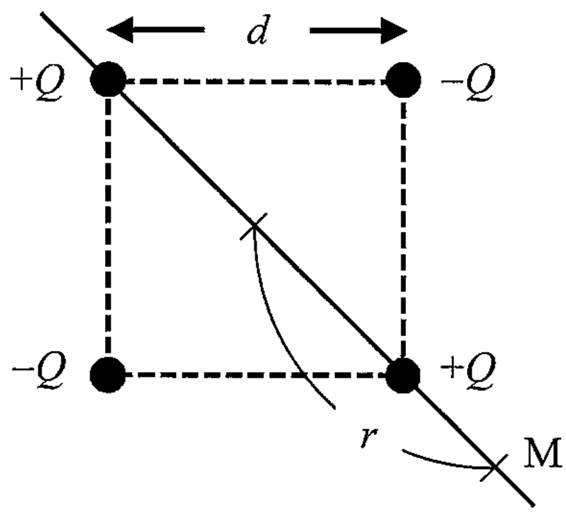


図 3-1　点電荷の配置

B　水素原子が最も低いエネルギーにあるとき，原子中心から $r\ (\geqq 0)$ の距離にある点 N において，電子の電荷密度 $\rho(r)$ は

$$\rho(r) = -\frac{q}{\pi {a_0}^3} e^{-\frac{2r}{a_0}}$$

と与えられる。ここに，q は素電荷であり，a_0 はボーア半径である。一方，陽子は原子中心に位置した $+q$ の点電荷とみなすことができる。考えている水素原子は，真空中

にあるものとする。

問 3　点 N における電界を求めるために，次の説明中の空欄①～⑨に適切な文字式，数値，または用語を記入せよ。

陽子を中心とした半径 r の球面 S を考えて，電界に関するガウスの法則を適用する。まず，球面 S の内側の総電荷量 Q_S には陽子と電子の両方が寄与し，

$$Q_S = \boxed{①} + \int_{\boxed{②}}^{\boxed{③}} \rho(r') \cdot 4\pi r'^2 \mathrm{d}r' \tag{1}$$

である（②，③はそれぞれ積分区間の下端，上端を表す）。電荷分布が球対称であるので，点 N における電界は動径方向に作られる。電界 $E(r)$ の正方向を外向きにとり，球面 S 上で電界の面積分を考えると，球面 S の面積が $\boxed{④}$ であるので，ガウスの法則は

$$\boxed{⑤} = \frac{Q_S}{\varepsilon_0} \tag{2}$$

と書くことができる（⑤は r と $E(r)$ を含む式として記述せよ）。(1)式の Q_S については，計算の途中で部分積分法を繰り返せば，

$$\begin{aligned} Q_S &= \boxed{①} + \frac{4q}{{a_0}^3}\left\{\frac{a_0}{2}r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}} + \frac{{a_0}^2}{2} r e^{-\frac{2r}{a_0}} - \frac{{a_0}^2}{2}\int_{\boxed{②}}^{\boxed{③}} e^{-\frac{2r'}{a_0}} \mathrm{d}r'\right\} \\ &= \left(\boxed{⑥}\right) q e^{-\frac{2r}{a_0}} \end{aligned} \tag{3}$$

と求められる。したがって，(3)式を(2)式に代入すると，点 N における電界 $E(r)$ は

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \boxed{⑦} \tag{4}$$

となる。

点 N が原子から十分に離れている場合（$r \gg a_0$ である場合），(4)式より

$$E(r) \cong \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \boxed{⑧} \tag{5}$$

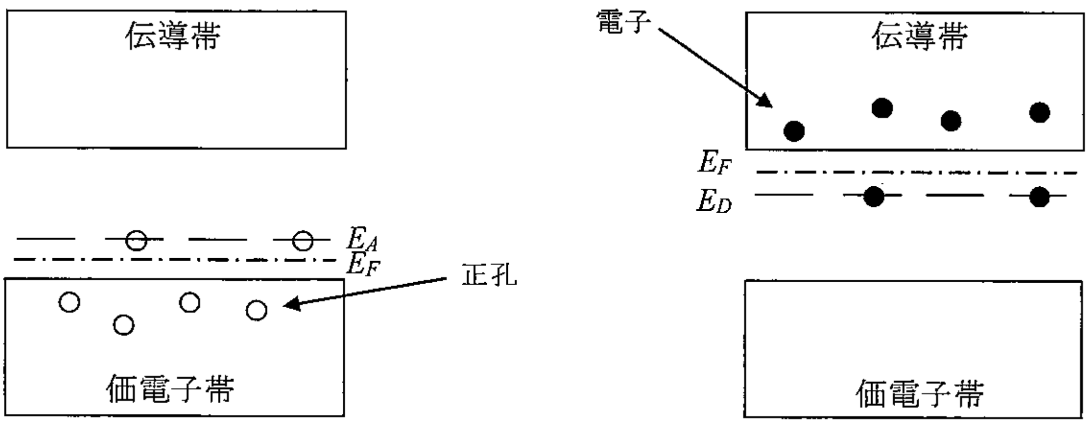
と近似される。よって，距離 r の増加に対して，$E(r)$ は $\boxed{⑨}$ 関数的に単調減少しながら 0 へ近づくことがわかる。

問　題　用　紙

（　「電気工学」，「電子工学」及び「情報工学」　）

問題 4　真性半導体に微量の添加物が加えられた不純物半導体に関する下の問 1~2 に答えなさい。ここで電子の電荷は$-q$ ($q = 1.6 \times 10^{-19}$ C)とする。

問 1　図 4-1 は p 形半導体および n 形半導体のエネルギー準位図を示している。ここで E_F, E_DおよびE_Aはそれぞれ，フェルミ準位，ドナー準位およびアクセプタ準位である。ここで p 形半導体と n 形半導体を接合し，熱平衡状態となった場合を考える。pn 接合における空乏層（遷移領域ともいう）と，エネルギー障壁 (qV_D) およびフェルミ準位のおおよその関係が分かるようなエネルギー準位図を描きなさい。ここで，V_Dは拡散電位である。



(a) p 形半導体　　　　(b) n 形半導体

図 4-1　p 形半導体および n 形半導体のエネルギー準位図

問 2　pn 接合において生じる空乏層の厚さ d の導出について説明したものである。下の文章の空欄に，適切な記号や文字式，数字や用語を記入しなさい。

説明を簡単にするため接合面の垂線方向に x 軸をとった 1 次元モデルで考える。図 4-2 に示すように，接合面を x_0 とし，p 形領域においては x_1 までイオン化しているとする。アクセプタ密度は N_A とする。n 形領域においては x_2 までイオン化し，ドナー密度は N_D とする。アクセプタもドナーもそのエネルギー準位が十分に浅く，点 x での電位 $V(x)$は，半導体の誘電率をε とすると，ガウスの法則の微分形 ($\mathrm{div}E = \frac{\rho}{\varepsilon}$) から導かれるポアソン方程式

$$\boxed{\text{①}}\, V(x) = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon} \tag{1}$$

で与えられる。題意より，空間電荷密度$\rho(x)$は

$$x_1 \leqq x \leqq x_0 \quad [\text{すなわち p 形領域}]\text{で} \qquad \rho(x) = -qN_A \tag{2}$$

$$x_0 \leqq x \leqq x_2 \quad [\text{すなわち n 形領域}]\text{で} \qquad \rho(x) = \boxed{\text{②}} \tag{3}$$

とおける。接合面$x = x_0$ を境にして p 形領域と n 形領域とで$\rho(x)$が異なるため，領域を分けて(1)式を解く。$x_1 \leqq x \leqq x_0$で$V(x) = V_1(x)$，$x_0 \leqq x \leqq x_2$で $V(x) = V_2(x)$とすると，境界条件は図 4-3 および図 4-4 に示される通り，

$$x = x_1\text{で} \quad \left.\frac{\mathrm{d}V_1(x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_1} = 0 \qquad \text{かつ} \qquad V_1(x_1) = \boxed{\text{③}} \tag{4}$$

$$x = x_2\text{で} \quad \left.\frac{\mathrm{d}V_2(x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_2} = \boxed{\text{④}} \qquad \text{かつ} \quad V_2(x_2) = V_D - V_i \tag{5}$$

である。ここでV_iは外部から印加した電圧で，p 形領域に正の電圧が加えられている

とき$V_i > 0$(順バイアス)，p 形領域に負の電圧が加えられているとき$V_i < 0$(逆バイアス)とする。2 つの領域は$x = x_0$において連続であるため，以下の条件が成り立つ。

$$\left.\frac{\mathrm{d}V_1(x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_0} = \left.\frac{\mathrm{d}V_2(x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_0} \quad \text{かつ} \quad V_1(x_0) = V_2(x_0) \tag{6}$$

p 形領域については(2)式を(1)式に代入し，(1)式を積分する。(4)式の境界条件を考慮すると

$$\frac{\mathrm{d}V_1(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{qN_A}{\varepsilon}\boxed{\text{⑤}} \tag{7}$$

となり，つづいて n 形領域については(5)式の境界条件を考慮すると

$$\frac{\mathrm{d}V_2(x)}{\mathrm{d}x} = \boxed{\text{⑥}} \tag{8}$$

が導かれる。(7)式と(8)式をさらにもう一回積分し$V_1(x)$および$V_2(x)$を求めると

$$V_1(x) = \boxed{\text{⑦}} \quad \text{および} \quad V_2(x) = \boxed{\text{⑧}} \tag{9}$$

が得られる。(7)式および(8)式に(6)式の条件を適用することにより

$$N_A\left(\boxed{\text{⑨}}\right) = N_D\left(\boxed{\text{⑩}}\right) \tag{10}$$

が導かれ，同様に(9)式に(6)式の条件を適用することにより

$$\boxed{\text{⑪}}\left(\boxed{\text{⑨}}\right)^2 = \boxed{\text{⑫}}\left(\boxed{\text{⑩}}\right)^2 \tag{11}$$

の関係が成り立つ。(10)式と(11)式から$\boxed{\text{⑨}}$および$\boxed{\text{⑩}}$を求める。

$$\boxed{\text{⑨}} = \sqrt{\boxed{\text{⑬}} \cdot \frac{N_D}{N_A}} \quad , \tag{12}$$

$$\boxed{\text{⑩}} = \sqrt{\boxed{\text{⑬}} \cdot \frac{N_A}{N_D}} \quad . \tag{13}$$

以上より，空乏層の厚さを$d = x_2 - x_1 = \boxed{\text{⑨}} + \boxed{\text{⑩}} = \sqrt{\boxed{\text{⑭}}}$と導出することができる。したがって，順バイアス電圧V_iを増加させると空乏層の厚さは$\boxed{\text{⑮}}$することがわかる。

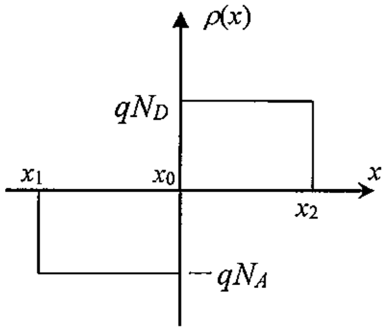


図 4-2　空間電荷密度

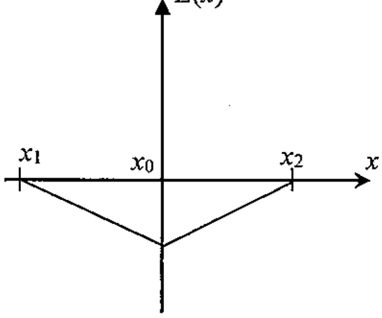


図 4-3　電界分布

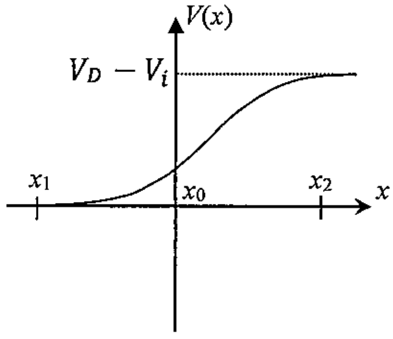


図 4-4　電位分布

問 題 用 紙

（ 「電気工学」，「電子工学」及び「情報工学」 ）

問題 5　線形回帰に関する次の文章を読み，下の問い（問 1〜8）に答えなさい。

ある実験を行った結果，N 個のデータ $(x_n\ ,\ y_n)$ が観測されたとする。ここで，N は正の整数であり，$n=0, 1, \cdots, N-1$ とする。このデータに対して，

$$I=\sum_{n=0}^{N-1}\left\{f(x_n)-y_n\right\}^2 \tag{1}$$

が最小となるように関数

$$f(x_n)=\sum_{m=0}^{M-1} p_m\, x_n^m \tag{2}$$

に含まれる M 個のパラメータ p_m を求めたい。ここで，M は正の整数とする。このとき，(1)式の I を最小とするパラメータは，$k=0, 1, \cdots, M-1$ に対して，

$$\frac{\partial I}{\partial p_k}=0 \tag{3}$$

を解くことで得られる。

問 1　ある実験を行った結果，4 個のデータが，

$$\begin{cases}(x_0\ ,\ y_0)=(0\ ,\ 1)\\(x_1\ ,\ y_1)=(1\ ,\ 0)\\(x_2\ ,\ y_2)=(2\ ,\ 0)\\(x_3\ ,\ y_3)=(3\ ,\ 0)\end{cases} \tag{4}$$

として観測された。y_n の平均と分散を求めよ。

問 2　$M=1$ のとき，(2)式を(1)式に代入した結果を示せ。さらに，(4)式のデータを代入した結果を示せ。

問 題 用 紙

（ 「電気工学」，「電子工学」及び「情報工学」 ）

問 3　$M=1$ のとき，(3)式は，

$$\frac{\partial I}{\partial p_0}=0 \tag{5}$$

を意味する。問 2 の結果を(5)式に代入することで，パラメータ p_0 を求めよ。

問 4　$M=1$ のとき，任意のデータ (x_n, y_n) に対して，パラメータ p_0 を求める式を，x_n および y_n を用いて表せ。また，パラメータ p_0 が何を意味するか説明せよ。

問 5　(3)式によりパラメータを決定した場合，(2)式の M を大きくすると，(1)式の I がどのように変化するか説明せよ。

問 6　$M=2$ のとき，(2)式を(1)式に代入した結果を示せ。

問 7　$M=2$ のとき，(3)式は，

$$\frac{\partial I}{\partial p_0}=0 \quad \text{かつ} \quad \frac{\partial I}{\partial p_1}=0 \tag{6}$$

を意味する。問 6 の結果を(6)式に代入した結果を示せ。

問 8　問 7 の結果に(4)式のデータを代入することで，パラメータ p_0 および p_1 を求めよ。また，このときの関数 $f(x)$ を $0 \leqq x \leqq 3$ の範囲で図示せよ。

問　題　用　紙

(　「電気工学」，「電子工学」及び「情報工学」　)

問題 6

ディジタル表現，論理回路に関する下の問い(問 1～4)に答えよ。なお，記法として，Aの否定は$\overline{A}$と表し，AとBの論理積を$A \cdot B$，論理和を$A+B$，排他的論理和を$A \oplus B$と表すこと。右の真理値表は，入力A，B，Cに対する出力F，Pを示している。

真理値表

入力			出力	
A	B	C	F	P
0	0	0	1	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

問 1　以下の文章の空欄を埋めよ。出力Fを示す論理関数をA，B，Cの積和標準形(主加法標準形)で表すと$F=$ ① である。まず，べき等則より$X+X=$ ② が成立するので$\overline{A}\cdot B\cdot C=\overline{A}\cdot B\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot C$ として代入する。次に，分配則として$\overline{X}\cdot Y+\overline{X}\cdot Z=\overline{X}\cdot($ ③ $)$ が成立するので$F=\overline{A}\cdot($ ④ $)+$ $(\overline{A}+A)\cdot$ ⑤ と表現できる。同様に分配則より，$F=\overline{A}\cdot(\overline{B}\cdot($ ⑥ $)+B\cdot($ ⑥ $)$ $)+$ $(\overline{A}+A)\cdot$⑤ となる。相補則より $\overline{X}+X=$ ⑦ が成立するので$F=\overline{A}\cdot(\overline{B}+$ ⑧ $)+$ ⑤ となり，①の積和標準形を積和形でできるところまで簡単化すると次のようになる。$F=$ ⑨ 。

問 2　以下の文章の空欄を埋めよ。出力Pは入力の 1 の数が偶数なら 1 となるようなパリティビットである。Pを示す論理関数をA，B，Cの積和標準形(主加法標準形)で表すと$P=$ ⑩ である。ここで，問 1 と同様に分配則を利用すると，$P=\overline{A}\cdot($ ⑪ $)+A\cdot($ ⑫ $)$ である。さらに，排他的論理和 $X\oplus Y$ は，$X\oplus Y=\overline{X}\cdot Y+X\cdot\overline{Y}=\overline{\overline{X}\cdot\overline{Y}+X\cdot Y}$であるので，⑪と⑫は排他的論理和を利用して，それぞれ ⑬ ， ⑭ と表すことができる。以上より，排他的論理和と否定のみを用いてPを表現すると，$P=$ ⑮ となる。

問 3　以下の文章の空欄を埋めよ。Fの論理関数を NAND(否定論理積)構成で回路表現したい。ここでド・モルガンの定理より $\overline{X+Y}=$ ⑯ であるので，論理和を用いずに ⑨ は$F=$ ⑰ と表現することもできる。

問 4　⑰を利用して，2 個の NAND(否定論理積)素子のみでFの回路を作れ。