

専 門 科 目

# 数学・応用数学

## 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
- 2 問題用紙は1ページで、解答用紙は4ページあります。試験開始の合図があったから確かめなさい。
- 3 監督者の指示に従い、解答用紙の各ページに受験番号を記入しなさい。氏名を書いてはいけません。
- 4 文字などの印刷に不鮮明なところがあった場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 5 解答はすべて指定された解答用紙に記入しなさい。裏面は採点されません。
- 6 問題用紙の余白は下書きとして利用してかまいません。
- 7 試験終了後、配付された問題用紙、下書用紙は持ち帰りなさい。

問題用紙  
(数学・応用数学)

問題1  $n$  を 3 以上の整数とする。赤玉が  $n$  個、白玉が  $n$  個、合計  $2n$  個が袋に入っている。この袋からでたらめに玉を 1 個取り出し、その玉は元に戻さない。この操作を 3 回繰り返して行い、取り出した順に 1 列に並べ、次の方法で得点  $X$  を計算する。

- ・ 「赤赤赤」と並んだ場合は  $X = 2$  とする。
- ・ 「赤赤白」または「白赤赤」と並んだ場合は  $X = 1$  とする。
- ・ それ以外の場合は  $X = 0$  とする。

下の問いに答えなさい。

- (1)  $X = 2$  である確率  $P(X = 2)$  を求めなさい。
- (2)  $X = 1$  である確率  $P(X = 1)$  を求めなさい。
- (3)  $X$  の期待値  $E(X)$  を求めなさい。

問題2  $xy$  平面において、原点  $O$  を中心とする半径 1 の円を  $C$  とする。 $x$  軸上に点  $T(t, 0)$ ,  $0 < t < 1$  をとる。点  $T$  を通る直線  $l$  と円  $C$  との交点を  $A, B$  とする。ただし、直線  $l$  は点  $O$  を通らないとする。 $\triangle OAB$  の面積を  $S$  とするとき、下の問いに答えなさい。

- (1) 直線  $l$  と点  $O$  の距離を  $h$  とするとき、 $h$  の取りうる値の範囲を  $t$  で表しなさい。
- (2) 前問の  $h$  を用いて  $S$  を表しなさい。
- (3)  $S$  の最大値  $f(t)$  を  $t$  で表しなさい。

問題3 微分方程式

$$(*) \quad x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

を考える。 $x = e^t$  とするとき、下の問いに答えなさい。

- (1)  $\frac{dy}{dt}$  を、 $\frac{dy}{dx}$  と  $x$  とで表しなさい。
- (2)  $\frac{d^2 y}{dt^2}$  を、 $\frac{d^2 y}{dx^2}$  と  $\frac{dy}{dx}$  と  $x$  とで表しなさい。
- (3) 微分方程式  $(*)$  の一般解を求めなさい。

問題4  $xy$  平面において、連立不等式  $\sqrt{y} \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$  で表される領域を  $D$  とする。下の問いに答えなさい。

- (1) 領域  $D$  を図示しなさい。
- (2) 連立不等式  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq f(x)$  で表される領域が  $D$  であるような  $f(x)$  を求めなさい。
- (3) 積分順序の変更をして、重積分  $V = \int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \sqrt{1+x^3} dx dy$  を求めなさい。