

# 数 学

科目：数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
2. 問題用紙は表紙を含めて2枚、解答用紙は4枚、下書用紙は1枚です。  
試験開始の合図があってから確かめなさい。
3. 解答用紙に受験番号を記入しなさい。ただし氏名を書いてはいけません。
4. 文字などの印刷に不鮮明なところがあった場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答はすべて解答用紙の指定された範囲に記入しなさい。裏面を使用してはいけません。
6. 問題用紙の余白及び裏面も、下書きとして利用してかまいません。
7. 配付された問題用紙、下書用紙は持ち帰りなさい。

問題用紙  
( 数 学 )

問題 1 放物線  $y = x^2$  上に 2 点  $A(a, a^2)$ ,  $B(b, b^2)$  がある。ただし,  $a > b$  とする。  
直線  $AB$  と放物線とで囲まれる部分の面積を  $S$  とする。下の問いに答えなさい。

- (1)  $a = b + 1$  とするとき,  $S$  を求めなさい。
- (2) 2 点  $A, B$  が  $S = \frac{1}{6}$  という条件を満たしながら動くとき, 線分  $AB$  の中点の軌跡を求めなさい。

問題 2 平面内にベクトル  $\vec{a}, \vec{b}$  がある。下の問いに答えなさい。

- (1) 次の等式を証明しなさい。  
$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 4\vec{a} \cdot \vec{b}$$
- (2)  $m, n$  を実数とするとき, 次の等式を証明しなさい。  
$$|m\vec{a} + n\vec{b}|^2 + mn|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (m+n)(m|\vec{a}|^2 + n|\vec{b}|^2)$$
- (3)  $\triangle OAB$  において,  $OA = 2, OB = 4, AB = 3$  とする。線分  $AB$  を  $2:1$  に内分する点を  $C$  とするとき, 線分  $OC$  の長さを求めなさい。

問題 3 関数  $f(x), g(x)$  は

$$\begin{cases} f(3x) + g(2x) = \sin 6x & \cdots (*) \\ f'(3x) + g'(2x) = \sin 6x \\ f(0) = 3 \end{cases}$$

を満たしている。下の問いに答えなさい。

- (1) 等式  $(*)$  の両辺を  $x$  で微分しなさい。
- (2)  $f'(3x)$  を求めなさい。
- (3)  $f(x), g(x)$  を求めなさい。

問題 4 自然数  $m, n$  が  $m \geq n$  を満たすとする。a という文字が  $m$  個, b という文字が  $n$  個あり, それらの合計  $m+n$  個の文字を 1 列に並べるとき, 下の問いに答えなさい。

- (1) 並べ方は全部で何通りあるかを求めなさい。
- (2)  $bb$  という文字列を含まない並べ方は全部で何通りあるかを求めなさい。
- (3)  $aab$  という文字列を含まない並べ方は全部で何通りあるかを求めなさい。