

# 数 学

科目：数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B・数C

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
2. 問題用紙は表紙を含めて2枚、解答用紙は4枚、下書用紙は1枚です。  
試験開始の合図があってから確かめなさい。
3. 解答用紙に受験番号を記入しなさい。ただし、氏名を書いてはいけません。
4. 文字などの印刷に不鮮明なところがあった場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。ただし、「総得点欄」「採点欄」「得点欄」に記入してはいけません。また、解答用紙の裏面を使用してはいけません。
6. 問題用紙の余白および裏面も、下書きとして利用してかまいません。
7. 配付された問題用紙、下書用紙は持ち帰りなさい。

## 問題用紙

### ( 数学 )

問題1  $t$  を正の実数とする。曲線  $y = e^{-x}$  上の点  $P(t, e^{-t})$  における接線を  $\ell$  とし、 $\ell$  と  $x$  軸との交点を  $A$ 、 $\ell$  と  $y$  軸との交点を  $B$  とする。また、 $O$  は原点を表すものとする。次の問いに答えなさい。

- (1)  $\ell$  の方程式を、 $t$  を用いて表しなさい。
- (2)  $A, B$  の座標を、それぞれ  $t$  を用いて表しなさい。
- (3)  $\triangle OAB$  の面積が最大となるときの  $t$  の値、およびそのときの  $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。

問題2  $n$  を自然数とする。 $2025^n$  を 7 で割ったときの余りを  $a_n$  とする。次の問いに答えなさい。ただし、「自然数  $x, y$  を自然数  $m$  で割ったときの余りをそれぞれ  $r_1, r_2$  とすると、 $xy$  を  $m$  で割ったときの余りが  $r_1 r_2$  を  $m$  で割ったときの余りに等しい」ことを用いても良い。

- (1)  $a_1, a_2, a_3$  をそれぞれ求めなさい。
- (2)  $a_{2025}$  を求めなさい。
- (3)  $\sum_{n=1}^{2025} a_n$  を求めなさい。

問題3 次の問いに答えなさい。

- (1) 不定積分  $\int \log(x+2)dx$  を求めなさい。
- (2) 前問(1)を用いて、極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \log\left(\frac{k}{n} + 2\right)$  を求めなさい。
- (3) 前問(2)を用いて、極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(3n)!}{n^n(2n)!}\right)^{\frac{1}{n}}$  を求めなさい。

問題4  $t$  を 0 でない実数とする。放物線  $y = x^2$  上の点  $P(t, t^2)$  における法線に関して、点  $A(t, t^2 + 1)$  と対称な点を  $B$  とする。また、 $\vec{a} = \overrightarrow{PA}$ 、 $\vec{b} = \overrightarrow{PB}$  とし、 $P$  におけるこの放物線の接線の方角ベクトルで、 $x$  成分が 1 であるものを  $\vec{p}$  とする。次の問いに答えなさい。

- (1)  $\vec{p}$  を、 $t$  を用いて表しなさい。
- (2)  $\vec{b} - \vec{a}$  が  $\vec{p}$  と平行であることから、 $\vec{b} - \vec{a} = k\vec{p}$  となる実数  $k \neq 0$  が存在する。 $|\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2$  であることを利用して、 $k = -\frac{2\vec{a} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|^2}$  を示しなさい。
- (3)  $\vec{b}$  を、 $t$  を用いて表しなさい。
- (4)  $t$  によらず直線  $PB$  上に点  $F\left(0, \frac{1}{4}\right)$  があることを示しなさい。