

専 門 科 目

数学・応用数学

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
- 2 問題用紙は1ページで、解答用紙は4ページあります。試験開始の合図があったから確かめなさい。
- 3 監督者の指示に従い、解答用紙の各ページに受験番号を記入しなさい。氏名を書いてはいけません。
- 4 文字などの印刷に不鮮明なところがあった場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 5 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。ただし、「総得点欄」「採点欄」「得点欄」に記入してはいけません。また、裏面を使用してはいけません。
- 6 問題用紙の余白は下書きとして利用してかまいません。
- 7 試験終了後、配付された問題用紙、下書用紙は持ち帰りなさい。

問題用紙

(数学・応用数学)

問題1 二つの袋 A, B がある。A の袋には赤球 7 個と白球 3 個が入っており、B の袋には赤球 3 個と白球 7 個が入っている。下の問いに答えなさい。

- (1) A の袋から 2 個の球を同時に取り出すとき、どちらの球も赤球である確率を求めなさい。
- (2) B の袋から 2 個の球を同時に取り出すとき、どちらの球も赤球である確率を求めなさい。
- (3) A, B の袋のうち一つの袋を無作為に選び、選んだ袋から 2 個の球を同時に取り出すとき、どちらの球も赤である確率を求めなさい。
- (4) A, B の袋のうち一つの袋を無作為に選ぶ。選んだ袋から同時に取り出した 2 個の球がどちらも赤球であったとき、選ばれた袋が A である条件付き確率を求めなさい。

問題2 下の問いに答えなさい。

- (1) 微分方程式 $\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ の一般解を求めなさい。
- (2) 微分方程式 $\frac{dy}{dx} - 4y = e^{3x}$ の一般解を求めなさい。
- (3) 微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} - 7\frac{dy}{dx} + 12y = e^{3x}$ の一般解を求めなさい。

問題3 xy 平面において、領域 D を

$$D : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$$

と定義する。下の問いに答えなさい。

- (1) 重積分 $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ を求めなさい。
- (2) 定積分 $\int_1^2 r \log r dr$ を求めなさい。
- (3) 重積分 $\iint_D \log(x^2 + y^2) dx dy$ を求めなさい。

問題4 2次正方行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ について、下の問いに答えなさい。

- (1) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めなさい。
- (2) $P^{-1}AP$ が対角行列となるような正則行列 P を一つあげなさい。また、その P に対する $P^{-1}AP$ を求めなさい。
- (3) 2次正方行列 $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して $\text{tr}(M) = a+d$ とおく。極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(\text{tr}(A^n))}{n}$ を求めなさい。