

専 門 科 目

「力学基礎」

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
- 2 問題用紙は3ページ、解答用紙は3ページあります。試験開始の合図があつてから確かめなさい。
- 3 監督者の指示に従い、解答用紙の全てのページに受験番号を記入しなさい。氏名を書いてはいけません。
- 4 文字などの印刷に不鮮明なところがあつた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 5 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。ただし、「総得点欄」「採点欄」「得点欄」に記入してはいけません。
- 6 問題用紙の余白は下書きとして利用してかまいません。
- 7 試験終了後、配付された問題用紙、下書用紙は持ち帰りなさい。

問題用紙

(力学基礎)

問題 1

図 1 のように円筒の中にはばねがあり、ばねの下端は固定されている。そこに質量 m のボールを押し込み、手を離すとボールのみが上方に発射される。自然長にあるばねにボールが触れている状態にあるとき、ボールの位置を原点 O とする。原点 O からボールを高さ H だけ沈ませた位置 a で手を離すとボールは最高到達位置 b (高さ $4H$) まで到達した。重力加速度を g とし、ボールは大きさが無視できる剛体で、円筒とボールの間に摩擦がなく、空気抵抗も無視できるものとして、下の問い (問 1 ~ 4) に答えなさい。ただし、図中の鉛直上向きに y 軸をとる。

- 問 1 ばねのばね定数を k とする。ボールが位置 a にあるとき、発射前のばねの弾性エネルギーとボールのもつ位置エネルギーの和を、 m , k , H および g を使って示せ。ただし、ボールが原点 O にあるときの、ボールのもつ位置エネルギーを 0 とする。
- 問 2 原点 O から高さ $4H$ まで上昇し位置 b にあるとき、ボールのもつ位置エネルギーを、問題文中の変数のみを用いて示せ。
- 問 3 問題文中の変数のみを用いて、ばねのばね定数 k を求めよ。
- 問 4 ばねにボールを載せて静かに手を離れたところ、ボールに作用する重力とばねの復元力が釣り合う位置 (平衡位置) でボールは静止した。このときのボールの位置を、 H を用いて表せ。

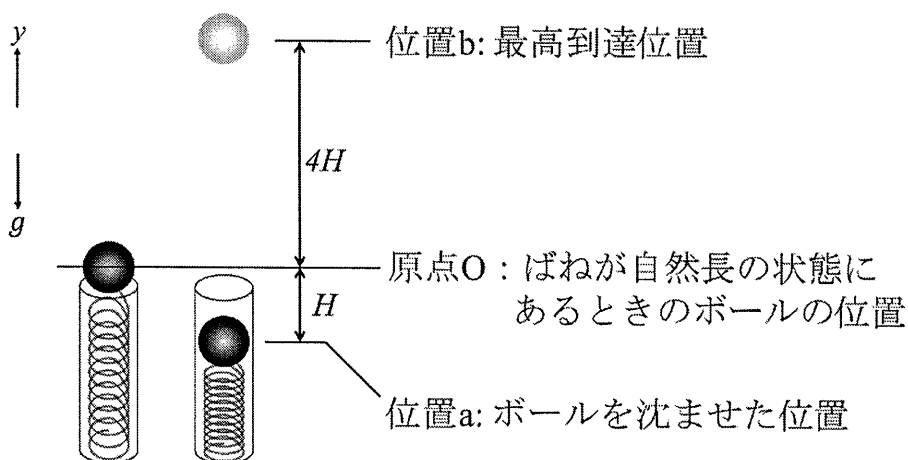


図 1

問題用紙

(力学基礎)

問題 2

図 2 のような傾斜角度 θ の摩擦がある坂とそれにつながる水平で摩擦のない床を考える。坂の上に質量 m_1 の物体 1 が載っている。物体 1 は、水平な床から高さが H の位置に静置しており、静かに手を離したときに滑りはじめた。このときを時刻 $t=0$ とする。物体 1 が坂をおりる方向の変位を x とし、初期位置を $x=0$ とする。以下の問い (問 1 ~ 4) に答えなさい。このとき、重力は鉛直方向に働くとし、重力加速度を g とする。なお、物体 1 と物体 2 の体積は無視できるものとし、坂から水平な床へは衝撃等がなく滑らかに、速度をそのままに移動できるものとする。

問 1 物体 1 が坂の上にあるときの運動方程式を導出しなさい。ただし、摩擦係数を μ とし、常に一定であるとする。

問 2 運動方程式を解いて、物体 1 が床に到達した瞬間の時刻 T を求めなさい。

問 3 時刻 T における物体 1 の速度 v_1 を求めなさい。

問 4 坂を滑りおりた先に質量 m_2 の物体 2 が静置されている。物体 1 が物体 2 に衝突したあとの物体 2 が床を図の右方向に進む速度 v_2' を物体 1 の衝突前の速度 v_1 を用いて示しなさい。ただし、 $m_1=2m_2$ とし、反発係数は 1 とする。

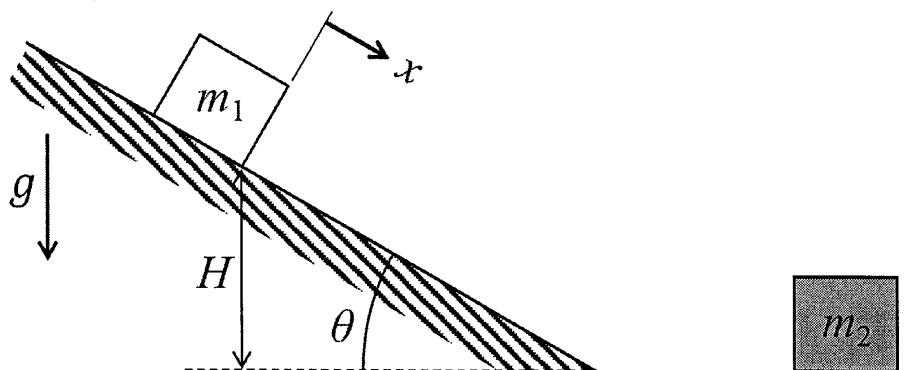


図 2

問題用紙

(力学基礎)

問題3

図3に示すように、鉛直面内で中心Oまわりに自由に回転できる半径Rの円板を静止させた状態で、その中心からの距離rの位置にある突起Pと円板外に固定された静止板Qとの間に自然長から δ だけ縮んだ状態のばねを挿入し、時刻 $t=0$ で静かに円板から手を離した。点Oまわりの円板の慣性モーメントを I 、ばね定数を k 、静止位置からの円板の角変位を θ とする。ばねが自然長に戻る時刻を $t=t_1$ とすると、その時の角速度 $\dot{\theta}(t_1)$ はエネルギー保存則 $I(\dot{\theta}(t_1))^2/2 = k\delta^2/2$ より $\dot{\theta}(t_1) = \delta\sqrt{k/I}$ となり距離 r に依存しない。このことを運動方程式を解き確認したい。ばねが突起Pと接している間($0 \leq t \leq t_1$)の運動について、 θ が微小であるとして下の問い(問1~3)に答えなさい。突起Pとばねの質量、空気抵抗は無視できるとする。 $t=t_1$ 以降の運動は考えない。

問1 突起Pが \overline{OP} と直角方向にばねから受ける力を f とすると、 $f = k(\delta - r\theta)$ と表せる。円板の中心Oまわりの回転に関する運動方程式を求めなさい。

問2 運動方程式の解は $\theta(t) = A(1 - \cos\omega_n t)$ と表せる。定数 A 、 ω_n を求めなさい。

問3 t_1 と $\dot{\theta}(t_1)$ を求めなさい。

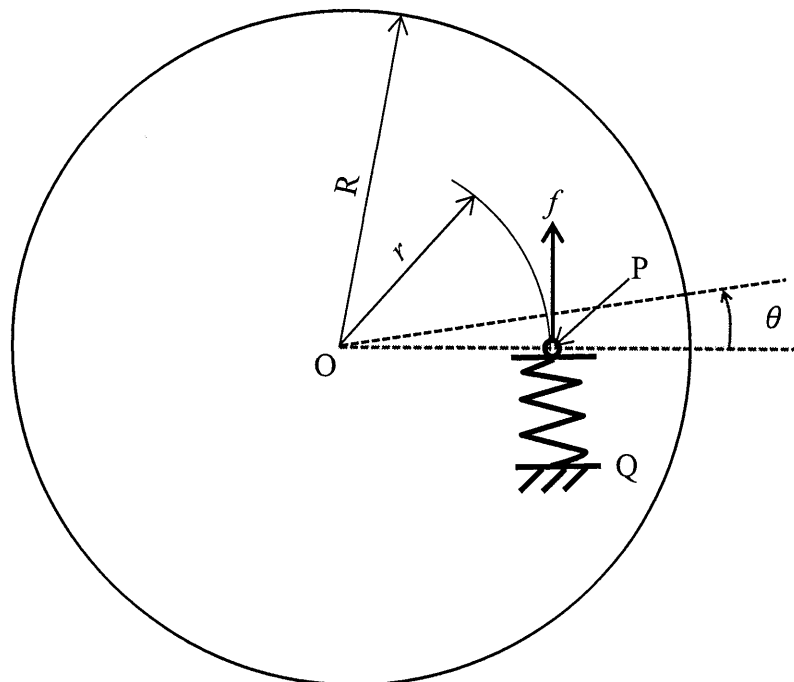


図3