

# 数 学

科目：数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
2. 問題用紙は表紙を含めて2枚、解答用紙は4枚、下書用紙は1枚です。  
試験開始の合図があってから確かめなさい。
3. 解答用紙に受験番号を記入しなさい。ただし、氏名を書いてはいけません。
4. 文字などの印刷に不鮮明なところがあった場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。ただし、「総得点欄」「採点欄」「得点欄」に記入してはいけません。また、裏面を使用してはいけません。
6. 問題用紙の余白及び裏面も、下書きとして利用してかまいません。
7. 配付された問題用紙、下書用紙は持ち帰りなさい。

# 問題用紙

## ( 数学 )

問題1  $a$  を正の定数とし、 $f(x) = a \log x$ ,  $g(x) = x^2$  とする。曲線  $y = f(x)$  と放物線  $y = g(x)$  とが共有点  $P$  を持ち、かつ点  $P$  において共通の接線  $l$  を持つとする。点  $P$  の  $x$  座標を  $t$  とするとき、下の問いに答えなさい。

- (1)  $a$  および  $t$  の値を求めなさい。
- (2) 接線  $l$  の方程式を求めなさい。
- (3) 接線  $l$  と放物線  $y = g(x)$  および  $x$  軸で囲まれた図形の面積を求めなさい。

問題2 サイコロを3回振り、1回目、2回目、3回目に出た目をそれぞれ  $X_1, X_2, X_3$  とする。有理数

$$q = (-1)^{X_3} \cdot \frac{X_2}{X_1}$$

について、下の問いに答えなさい。

- (1)  $q < 0$  となる確率を求めなさい。
- (2)  $q$  が整数となる確率を求めなさい。
- (3)  $q > 1$  となる確率を求めなさい。

問題3 空間内の異なる3点  $O, A, B$  について、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$  とおき、

$$\vec{c} = |\vec{a}|^2 \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{a}$$

とする。下の問いに答えなさい。

- (1)  $\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$  であることを示しなさい。
- (2)  $|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2(|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2)$  であることを示しなさい。
- (3)  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のなす角を  $\theta$  とする。ただし、 $0 \leq \theta \leq \pi$  とする。 $|\vec{c}| = |\vec{a}|^2|\vec{b}| \sin \theta$  であることを示しなさい。
- (4)  $O, A, B$  の座標をそれぞれ  $(0, 0, 0), (1, -2, 0), (-1, 1, 1)$  として、 $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。

問題4  $n$  を自然数とする。 $n$ 桁の自然数のうち、次の条件(\*)を満たすものの個数を  $a_n$  とし、条件(\*)を満たさないものの個数を  $b_n$  とする。

(\*) 3の倍数であるか、または、いずれかの桁の数字が3である。

下の問いに答えなさい。

- (1)  $a_1$  および  $b_1$  を求めなさい。
- (2)  $n$ 桁の自然数のうち、どの桁の数字も3でないものの個数を  $c_n$  とするとき、 $c_n$  を  $n$  で表しなさい。
- (3)  $n \geq 2$  とするとき、 $b_n$  を  $n$  で表しなさい。
- (4)  $n \geq 2$  とするとき、 $a_n$  を  $n$  で表しなさい。