

# 数 学

科目：数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
2. 問題用紙は表紙を含めて2枚、解答用紙は4枚、下書用紙は1枚です。  
試験開始の合図があつてから確かめなさい。
3. 解答用紙に受験番号を記入しなさい。ただし、氏名を書いてはいけません。
4. 文字などの印刷に不鮮明なところがあつた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。ただし、「総得点欄」「採点欄」「得点欄」に記入してはいけません。また、裏面を使用してはいけません。
6. 問題用紙の余白及び裏面も、下書きとして利用してかまいません。
7. 配付された問題用紙、下書用紙は持ち帰りなさい。

# 問題用紙

## ( 数学 )

問題1 2つの関数  $f(x) = e^{2x} + 3$ ,  $g(x) = 4e^x$  について、曲線  $y = f(x)$  と曲線  $y = g(x)$  の2つの交点の  $x$  座標を  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とする。下の問いに答えなさい。

- (1)  $\alpha, \beta$  の値を求めなさい。
- (2)  $\alpha \leq x \leq \beta$  のとき、不等式  $f(x) \leq g(x)$  が成り立つことを示しなさい。
- (3) 曲線  $y = f(x)$  と曲線  $y = g(x)$  で囲まれた図形の面積  $S$  を求めなさい。

問題2 関数  $f(x) = \log x$  について、曲線  $y = f(x)$  の接線で原点を通るものを  $l$  とする。また、曲線  $y = f(x)$  と直線  $l$  および  $x$  軸で囲まれた図形を  $D$  とする。下の問いに答えなさい。

- (1) 直線  $l$  の方程式を求めなさい。
- (2)  $D$  の面積  $S$  を求めなさい。
- (3)  $D$  を  $x$  軸のまわりに1回転させてできる図形の体積  $V$  を求めなさい。

問題3  $n$  を自然数とする。硬貨を  $n$  回投げるとき、“3回連続して裏が出る”ということがない確率を  $p_n$  とする。ただし、 $p_1 = p_2 = 1$  と考える。下の問いに答えなさい。

- (1)  $p_3$  を求めなさい。
- (2)  $i$  を自然数とし、 $i < n$  とする。「1回目から  $i$  回目までに“3回連続して裏が出る”ということがなく、かつ、 $i+1$  回目から  $n$  回目までに“3回連続して裏が出る”ということがない確率」を、 $p_i$  と  $p_{n-i}$  を用いて表しなさい。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$  を求めなさい。

問題4 下の問いに答えなさい。

- (1)  $a^2 - b^2 = 60$  となる自然数  $a, b$  の組を全て求めなさい。
- (2)  $a^4 - b^4 = 120$  となる自然数  $a, b$  の組が存在しないことを示しなさい。